

STRÖMSTAD AKADEMI  
*Institut för avancerade studier*

## Matematiksvårigheter – ett socialt problemfält

Kompetento  
Stockholm 23 mars

Arne Engström  
Strömstad akademi  
arne.engstrom@stromstadakademi.se

1

2

Under föreläsningen har du möjlighet att skicka in frågor digitalt.  
Gå till [slido.com/kompetento](https://www.slido.com/kompetento)  
Gilla andras frågor som du tycker är intressanta för större chans att de tas upp och blir besvarade.

2

3

## Medelstastudien

Engström & Magne (2003)



- En studie av matematikkunskaperna i en genomsnittlig kommun (Medelsta),
- Alla elever åk 1–9,
- Omfattande testbatteri, det grundläggandet stoffet,
- Särskild uppmärksamhet mot de 15% lägst presterande eleverna,
- Ursprungligen 1977. Repikerades 1986 och 2002,
- Lgr 69, Lgr 80 samt Lpo 94.

3

4

## Bilder från dagens skola

Ämnesprov ma åk 9 riket VT 2022

Deltagit	Provbetyg A-E	Pojkar	Flickor	F (%)
87,8	84,3	84,4	84,2	15,7

Små skillnader mellan pojkar och flickor.  
Hur stor andel av **alla** elever fick ett godkänt provbetyg?  
( $0,878 \times 0,843 = 0,740$  – **74%**, (dvs en fjärdedel av eleverna **saknar** ett godkänt provbetyg).  
**Godkänt slutbetyg 88,7%**

4

5

## Göteborg

**Göteborgs-Posten:**  
Barnen är för dåliga på matte – Göteborg sticker ut

"Vi är en ingenjörstad där våra barn inte kan räkna" Axel Darvik (L).

VT 22 Kursprov Ma1A 59% fick F (50% får ett högre kursbetyg än provbetyg)

5

6

## Göteborg

Grundskola Provbetyg A-E 80,8%  
Stor spridning mellan skolor 43,5–100%

6

7 Landsorten – Ljusdal

Ljusdals-Posten ledare:  
Skolan på fallrepet –  
Tillsätt en kriskommission

7

8 Landsorten – Ljusdal

Hemmasittare. Problematiske skolfrånvaro. Anpassad skolgång.  
Begreppen och diagnoserna som speglar dagens skola blir alltfler.  
Samtidigt som elevernas resultat sjunker till nivåer under vattenytan.  
Tillsätt en kriskommission!

Det är inga överord. Inte när det gäller Ljusdal. Ljusdals-Postens  
granskning borde vara rena skräckläsningen för varenda  
samhällsbyggare, politiker, skol- och näringslivschef. Hur ser bygdens  
framtid egentligen ut om så många ungdomar lämnas utanför? Hur ska de  
själva ens kunna hitta någon form av tillhörighet eller egenvärde?

Ämnesprov **åk 9** provbetyg A-E 80,4%  
Enskilda skolor runt 70%  
Ämnesprov **åk 6** provbetyg A-E 74,5%  
Stor spridning 44,7 – 100%

8

9 Sydnärkes utbildningsförbund

Tre kommuner Askersund, Hallsberg och Laxå –  
Närkes största gymnasieskola 1500 elever + Vux

Skolan dras med **stora underskott**.

PwC: En **avgörande faktor** är den **låga kunskapsnivån** eleverna har efter grundskolan.

Många elever på Introduktionsprogrammet,  
Eleverna behöver mer än tre år för att fullfölja sin  
gymnasieutbildning.

Små grupper/oklara prislistor,  
Vux gymnasiala kurser via distans (NTI).

9

10 Problemen i dagens skola

- Låga kunskapsresultat,
- Problematisk/långvarig frånvaro,
- Stök och oro i klassrummet,
- Lärarbrist.

10

11 Innehåll

- Hur förstå matematiksvårigheter  
– olika sidor av samma fenomen,
- Elever med svag teoretisk begåvning,
- Kartläggning: screening och diagnostik,
- Stadieövergångar,
- Ämnesprov – uppföljning,
- Extra anpassningar och särskilt stöd,
- Evidens – strukturerad undervisning.

11

12 Matematiksvårigheter


Hur ska vi förstå en elev med låga prestationer i ma?



12

13

## Att förstå matematiksvårigheter



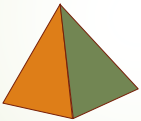
**MIO**

- ▀ **Matematiken**
- ▀ Individen
- ▀ Omgivningen

13

14

## Att förstå matematiksvårigheter




**MIO**

- ▀ Matematiken
- ▀ **Individen**
- ▀ Omgivningen

14

15

## Att förstå matematiksvårigheter



**MIO**

- ▀ Matematiken
- ▀ Individen
- ▀ **Omgivningen**

15

16

## Matematiken



- ▀ De 15% lägst presterande eleverna svarar för huvuddelen (2/3) av de fel som elever gör.
- ▀ Vilka fel gör eleverna?
  - ▀ **Tankefel** dominerar.
  - ▀ När kraven ökar, ökar andelen som **hoppar över** uppgiften, de svaga eleverna ger upp när de kognitiva kraven ökar.
  - ▀ **Förbiseendefel** ("slarvfel") några procent.
- ▀ **Spridningen** mellan eleverna **ökar** för varje årskurs. De svaga hinner inte tillägna sig stoffet innan det är dags att lära in nytt.

16

17

## Matematiken

Repetitio est mater studiorum

**Repetition är inlärningsmoder**

(Stämmer det?)

17

18

## Matematiken

Svårt att komma ihåg "**taifakta**" (number facts)  $3 + 4 =$ ,  $4 + 3 =$ , dvs additions-/multiplikationstabeller, som att lära sig ngt utantill, t ex din bankomatkod?

**Memorera eller automatisera?**

Vad skiljer experten från nybörjaren?

Klassisk minnesstudie i *Cognitive Psychology* 1973  
Perception in chess.

18

19  **Matematiken**

- Matematik är logisk och med nödvändighet sann.
- Siffror, räkneord och bokstäver är sociala konventioner.
- Eleverna behöver utveckla en förståelse för matematiska samband, t ex  $5 + 7 = (3 + 7) + 2$ .
- Vanligt att undervisningen syftar till att **memorera** sådant eleven **inte förstår** (= saknar mening), t ex multiplikationstabellen.
- Man ska **automatisera** det man **lärt sig** och **förstått** (= meningsfullt).

19

20  **Individen** 

**Normal variation**

- Skillnaderna **mellan** elever **inom** en årskurs stora, det handlar om flera årskurser,
- Grundläggande **dilemma** som måste hanteras,
- Ställer stora krav på att undervisningen anpassas för såväl för elever med låga, som för elever med höga prestationer. En **utmaning**.

20

21 

Artiklar om svag teoretisk begåvning i fackpress

21

22  **Individen** 

**Svag teoretisk begåvning**

- Uppmärksammas allt mer i fackpress, men **inte** av våra skolmyndigheter,
- Tillhör **normalvariationen** (ingen diagnos),
- Tidigare – **hjälpklass** (2–3%; 60% pojkar; svagt begåvade elever i normalklass högre prestationer än de som gått i hjälpklass; stigmatisering – sämre trivsel),
- Symtom uppmärksammas **tidigt**.

22

23  **Individen** 

Intelligensen

Bild Normalfördelningskurva (halva)

IQ IF < 70  
70–85 svagbegåvning  
> 85 normalbegåvning

23

24  **Individen** 

**Elever med svag teoretisk begåvning (12–13%)**

- Lär långsamt,
- Svårt för det som är abstrakt, t ex matematik, tid,
- Kognitiva överkrav >> koncentrationssvårigheter, symtom liknar ADHD,
- Svårt att komma igång med läsningen; symtom liknar dyslexi,
- Sämre exekutiva funktioner (arbetsminne m m), men i nivå med begåvningen,
- Risk för feldiagnostisering – primärt problem svag begåvning,
- Kräver psykologutredning.

24

25

## Individen



**Ockhams rakkniv**  
Vetenskapsmetodisk princip

- Finns flera alternativa förklaringar till ett fenomen? Väj den som är **enklast**.
- Om du kan förklara elevens svårigheter i matematik med **svag teoretisk begåvning**, så behöver du inte leta efter andra förklaringar.
- Elevens behov av **särskilt stöd (specialundervisning)** under hela grundskoletiden.



25

26

## Individen



### Elever med mycket låga prestationer

- Kan **identifieras tidigt** under grundskoletiden.
- Deras svårigheter växer inte bort, de **ökar**.
- Får idag inte de stödinsatser de skulle behöva.
- Kommer sannolikt att **lämna grundskolan** med ett **underkänt betyg** i matematik, trots särskilt stöd.
- Repressiva åtgärder** (gå om ett år, högre krav, särskilda klasser/hjälpklasser etc.) är **kontraproduktiva**.

26

27

## Individen



### Specifik räkningsvårighet (dyskalkyli)

- Är en **medicinsk** diagnos (ICD-10).
- Grundlig utredning behövs.
- Alltid en **underprestation** i matematik.
- Oenighet om prevalens (omfattning); högst en halv procent.
- Evidensbaserade interventioner saknas.

27

28

## Individen

### Screening ≠ diagnostik

- Screening** – strategi för att identifiera sjukdomsfall/riskbeteenden i en given population, där man **inte** har ngn anledning att misstänka detta.  
T ex: PKU, Språklig/kommunikativ utveckling (BVC), mammografi.
- Diagnostik** – är en grundlig utredning, ibland efter en screening, för att ev ställa en diagnos efter föreskrivna kriterier, t ex enligt ICD-10.
- Ingen screening** – svårigheterna är uppenbara. Kan vara aktuellt med en grundlig utredning.

28

29

## Individen

### Vilket prov ska jag välja?

Start urval av prov/diagnoser, från läromedelsanknutna till enskilda provsatser.

**Standardiserat** (utprovat på ett representativt urval), du får vanligtvis staninepoäng 1–9 för eleven.

T ex. **Magnes matematikdiagnoser** (Medelstadiagnoserna) finns numera reviderade och digitaliserade.  
Intresserad? Mejla mig så får du kontaktuppgifter.

29

30

## Omgivningen

Tema om **Extra anpassningar** i tidningen *Vi Lärare* mars #2 2023

30

31 Ny vägledning ska ge fler elever det särskilda stöd de behöver

31

32 Omgivningen

aug 2021

"Vad stort sker, det sker tyst,"  
Odalmannen av Erik Gustaf Geijer

Debattartikel i Göteborgs-Posten:  
Vart tog specialundervisningen vägen?

32

33 Omgivningen

**Stödinsatser**

- Extra anpassningar har i huvudsak kommit att ersätta specialundervisning (särskilt stöd), 1%.
- Infördes 2014, motiv:
  - Förtydliga reglerna o
  - minska lärarnas administrativa börda.
- Det handlar om en **dramatisk försämring** av villkoren för elever med låga prestationer.
- Särskilt stöd ska ges i ämnet.
- Reaktioner på min artikel – från
  - lärare o 2) föräldrar,
  - skolmyndigheterna helt tysta.

33

34 Omgivningen

**Nationellt ämnesprov åk 3 och åk 6**

- Brister i hur resultaten följs upp för elever som ej når kunskapskraven,
- Kunskapsstöd till lärare saknas.
- Skapa **gemensamma** rutiner för **uppföljning** och **överlämnande** till mottagande lärare/skola.
- Erbjud **intensivundervisning** till de elever som inte nått kraven, glöm inte de elever som **inte** deltagit.

34

35 Framgångsrika strategier

- Proaktivt förhållningssätt – normal variation,
- Strukturerad metodik,
- Intervention (3 steg),
- Uppföljning o utvärdering av stödinsatserna.

35

36 Proaktivt förhållningssätt

Ett exempel  
**Uppräkning** (fingerräkning)  
vanligt symtom på **räknesvaghet** i skoleldern

36

37

## Uppräkning/fingerräkning

$4 + 3 = 1, 2, 3, 4 \dots 5, 6, 7$  (räknar upp)  
 $8 + 5 = 12$     $12 - 5 = 8$  (ofta fel på 1)  
 Lätt:  $3 + 3 = 6$ , men ej  $6 - 3 =$   
 $8 + 1 = 9$ , men ej  $9 - 8 =$

Ej förståelse av del-helhet, inget samband plus o minus, kan ej redogöra för uppgiften direkt efteråt, ej automatiserat tabellen

37

38

## Vanliga fel hos "uppräknare"

$54 - 6 = 52$   
 $54 - 27 = 33$   
 $57 + 8 =$  (uppdelning  $8 = 3 + 5$ )  
 $(8 = 4 + 4)$

**Hundratalsövergångar**  
 $599 + 1 = 699$   
 $600 - 1 = 500$

**Avrundning**  
 $529 \approx 600$   
 $529 \approx 400$

38

39

## Uppräkning

### Förskolebarn

- Uppfäkten ett stort framsteg – avgöra antalet i en mängd.
- Talramsar – fingerräkning.
- Uppfattar inte tals maktighet; **sex** är två element mer än **fyra**.

39

40

## Skolstart

- Börjar **övertge** uppräkning,
- Förklaring, de utvecklar en **mer avancerad taluppfattning** (bl a förståelse av del-helhet; tals maktighet)

40

41

## Första skolåren

- Utvecklas barns räknefärdigheter och taluppfattning,
- En del barn **fastnar** i uppräkningsstrategin,
- Ett **stickspår** – skapar hinder för fortsatt utveckling.

41

42

## Intervention

### Strategi för att förbättra undervisningen

i tre steg

- Klassundervisning (alla),
- Gruppundervisning (några),
- Individuell undervisning/intensivundervisning (enskilt).

42

43

## Strukturerad metodik

**Insatser**

- Insatserna ska utgå från **elevens förutsättningar**, inte kursplanens kunskapskrav, ställ **realistiska krav**,
- Dokumentera **insatserna** och utvärdera dem,
- Målen ska vara möjliga att nå för eleven, viktigt att eleven får lyckas, "**framgång föder framgång**".
- Låt eleven visa framgång på andra områden där eleven är duktig.

43

44

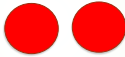
## Strukturerad metodik

- Undersöka/upptäcka** samband och talrelationer,
- Förstå** samband,
- Automatisera** talrelationer, t ex tabellerna, först när förståelsen är grundlagd genom åskållighet och handlingsaktiviteter.

44

45


## Strukturerat materiel



45

46


## Strukturerat materiel



46

47

## Strukturerat materiel




47

48

## Strukturerade talföreställningar

Tal åskålliggörs i fem-strukturer



$$4 + 1 = 5$$

$$5 - 1 = 4$$

$$5 - 4 = 1$$

48



49

## Strukturerade talföresställningar

Tal åskådliggörs i fem-strukturer



$3 + 2 = 5$   
 $5 - 2 = 3$   
 $5 - 3 = 2$

49

50

## Strukturerade talföresställningar

Tal åskådliggörs i fem-strukturer



$5 + 2 = 7$   
 $7 - 2 = 5$   
 $7 - 5 = 2$

50

51

## Slutord

- Matematik fungerar som ett **kritiskt filter** i skolsystemet,
- Normal variation – en **didaktisk utmaning**: elever är olika, en del är framgångsrika i matematik, andra kämpar för att lära sig matematik,
- De allra lägst presterande eleverna behöver **särskilt stöd** under hela grundskoletiden.

51

52

## Rapporter att beställa

<https://www.kau.se/kup/arne-engstrom>



52

53

## Tack för uppmärksamheten!



**Hemsida**  
<http://sites.google.com/site/arneengstrom>

**Epost**  
[arne.engstrom@stromstadakademi.se](mailto:arne.engstrom@stromstadakademi.se)

53